УДК 66.067

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЭЛЕКТРОБАРОМЕМБРАННЫХ ПРОЦЕССАХ

© С.И. Лазарев, М.А. Рябинский, Ю.А. Ворожейкин

Ключевые слова: теплоперенос, адекватность, математическая модель.

В статье приведена математическая модель теплопереноса, позволяющая рассчитывать температуру раствора в емкости и в тракте ретената электробаромембранного аппарата с плоскими фильтрующими элементами. Математическая модель теплопереноса позволяет строить временные температурные зависимости по исходному раствору и ретентату.

ВВЕДЕНИЕ

При прохождении тока через растворы и мембраны выделяется Джоулево тепло. Причем количество выделяемого Джоулева тепла может быть разное из-за разных электропроводимостей раствора, мембраны и подложки, поэтому температуры растворов и мембран по камерам будут различны, а следовательно, будет наблюдаться теплообмен между растворами и мембранами. Необходимо учитывать и то, что раствор, протекая из камеры в камеру, будет многократно нагреваться и многократно взаимодействовать с мембранами. Теплообмен в значительной степени влияет на массоперенос.

Целесообразнее разработать модель теплопереноса для многокамерных аппаратов и установок, состоящую из балансных соотношений для каждой камеры аппарата и кинетических характеристик процессов электобаромембранного разделения растворов.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Перед рассмотрением математического описания процессов теплопереноса в электробаромембранных аппаратах сделаем следующие допущения [1, 2]:

1) насос обеспечивает постоянство подачи;

2) в промежуточной емкости раствора осуществляется режим идеального смешения;

3) прикатодный и прианодный пермеаты выходят из аппарата при одинаковой температуре $t_{\text{пер}}$;

4) $\tilde{t}_{\text{пер}} = 0{,}5(t_1 + t_{\text{пен}})$.

Тепло, выделяемое в электробаромембранном аппарате, включает в себя следующие составляющие:

1) тепло, поступающее с исходным раствором $Q_{\text{исх}}$;

2) Джоулево тепло, выделяемое в растворе, мембранах и подложках $Q_{\text{эл}}$;

3) тепло, полученное от трения прокачиваемого раствора $Q_{\text{тер.мех}}$;

4) тепло, отводимое с пермеатом $Q_{\text{пер}}$;

5) тепло, отводимое с ретентатом $Q_{\text{кон}}$;

6) тепло, теряемое в окружающую среду $Q_{\text{пот}}$.

Сначала запишем уравнение теплового баланса для электробаромембранного аппарата, основанного на законе сохранения энергии:

$$Q_{\text{исх}} + Q_{\text{эл}} + Q_{\text{терм.эф}} - Q_{\text{пен}} - Q_{\text{пер}} - Q_{\text{пот}} = M\frac{dt}{di}. \qquad (1)$$

С учетом расшифровки отдельных слагаемых уравнение (1) запишется в виде

$$0{,}5M\left(\frac{dt}{di}\right) = i^2F_M^2R + V_E\Delta P + \left(G_1C_1 + 0{,}5G_{\text{пер}}C_{\text{пер}}\right)t_1 - \qquad (2)$$
$$-\left(G_{\text{пен}}C_{\text{пен}} + 0{,}5G_{\text{пер}}C_{\text{пер}}\right) - Q_{\text{пот}}.$$

Приняв $\tilde{t} = 0{,}5(t_1 + t_{\text{пен}})$, а также учитывая допущение 4, после некоторых преобразований запишем уравнение (2) следующим образом:

$$0{,}5M\left(\frac{dt_1}{d\tau} + \frac{dt_{\text{пен}}}{d\tau}\right) = i^2F_M^2R + V_E\Delta P + \left(G_1C_1 + 0{,}5G_{\text{пер}}C_{\text{пер}}\right)t_1 -$$
$$-\left(G_{\text{пен}}C_{\text{пен}} + 0{,}5G_{\text{пен}}C_{\text{пен}}\right) - Q_{\text{пот}}.$$
(3)

Для расчета электрического сопротивления электробаромембранного аппарата R предположим, что электрические сопротивления рабочих камер одинаковы и равны $R_{\text{к}}$.

Тогда

$$R = nR_{\text{к}}. \qquad (4)$$

Учитывая конструктивные особенности рабочих камер, сопротивление одной камеры можно представить как сумму сопротивлений последовательно соединенных отдельных элементов камеры (рис. 1):

$$R_{\text{к}} = R_{\text{пэ}}^{\text{л}} + R_{\text{пп}}^{\text{л}} + R_{\text{м}}^{\text{л}} + R_{\text{р}} + R_{\text{м}}^{\text{п}} + R_{\text{пэ}}^{\text{п}} + R_{\text{пп}}^{\text{п}}, \qquad (5)$$

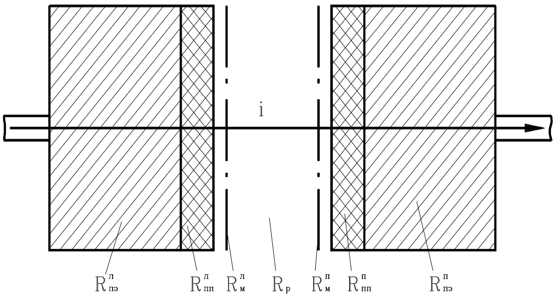

Рис. 1. Схема расчета электрического сопротивления в электробаромембранном аппарате

где $R_{пэ}, R_{пп}, R_{м}, R_{р}$ – сопротивления, соответственно, пористого электрода, пористой подложки (например, ватмана), мембраны и раствора (индексы «л» и «п» обозначают левые и правые от раствора элементы камеры).

Примем, что сопротивления соответствующих левых и правых элементов равны. С учетом этого допущения запишем уравнение (5) через электропроводности соответствующих элементов камеры:

$$R_{к} = \left(\frac{2\delta_{пэ}}{\chi_{пэ}} + \frac{2\delta_{пп}}{\chi_{пп}} + \frac{2\delta}{\chi_{м}} + \frac{X}{\chi_{р}} \right) \frac{1}{F_{м}}. \tag{6}$$

Подставив (6) в (2), можно определить общее сопротивление аппарата. Таким образом, мы получили уравнение (7), устанавливающее взаимосвязь между меняющимися во времени температурами t_1 и $t_{пен}$. Очевидно, для нахождения этих функциональных зависимостей (то есть $t_1 = f(\tau)$ и $t_{пен} = f_2(\tau)$) необходимо иметь еще одно (или несколько) подобных уравнений.

Для получения вида второго уравнения запишем уравнение теплового баланса для промежуточной емкости (рис. 2):

$$G_{пен} C_{пен} t_{пен} d\tau - G_1 C_1 t_1 d\tau = d\left(V_E C_1 \rho_1 t_1\right) \tag{7}$$

Далее для полного замыкания системы уравнений (3) и (7) запишем уравнение материального баланса (по общему объему раствора) для емкости раствора в следующем виде:

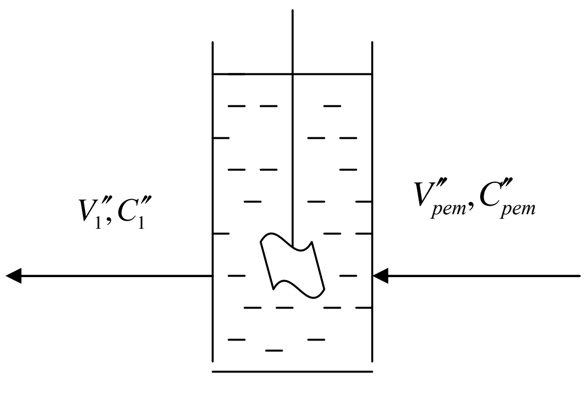

Рис. 2. Емкость раствора

$$-\frac{dV_E}{d\tau} = V_1 - V_{пен} = V_{пер} \tag{8}$$

Для упрощения примем $\rho_1 \cong \rho_{пер}$ (то есть $G_{пер} \cong \rho_1 V_{пер}$). Тогда, с учетом этого допущения, а также с учетом уравнения (8), после некоторых преобразований уравнение (8) может быть записано следующим образом:

$$V_E C_1 \rho_1 \frac{dt_1}{d\tau} = G_{пен} C_{пен} t_{пен} - \left(G_1 - G_{пер}\right) C_1 t_1. \tag{9}$$

С целью упрощения расчетов сделаем еще одно допущение. Предположим, что $V_{пер} = \mathrm{const}$. Тогда уравнение (9) после интегрирования запишется как

$$V_E = V_{E_0} - V_{пер}\tau, \tag{10}$$

где V_{E_0} – исходное количество раствора в промежуточной емкости.

Подставив уравнение (10) в (9), получим второе уравнение, устанавливающее взаимосвязь между t_1 и $t_{пен}$.

В итоге для определения температур t_1 и $t_{пен}$ получена система двух уравнений. Для удобства дальнейшего использования этой системы уравнений выпишем ее отдельно:

$$0{,}5M\left(\frac{dt_1}{d\tau} + \frac{dt}{d\tau}\right) = i^2 F_m R + \left(G_1 C_1 + 0{,}5 G_{пер} C_{пер}\right) t_1 + \\ + V_E \Delta P - \left(G_{пен} C_{пен} + 0{,}5 G_{пер} C_{пер}\right) t_{пен} - Q_{пот} \tag{11}$$

$$\left(V_{E_0}\rho_1 - G_{пер}\tau\right) C_1 \frac{dt_1}{d\tau} = G_{пен} C_{пен} t_{пен} - \left(G_1 - G_{пер}\right) C_1 t_1. \tag{12}$$

Полученную систему уравнений (11), (12) решим численным методом (например, методом Рунге-Кутта). Систему уравнений (11), (12) можно привести к одному дифференциальному уравнению второго порядка, которое имеет вид

$$Z_1(\tau)\frac{d^2 t}{d\tau} + Z_2(\tau)\frac{dt_1}{d\tau} + Z_3 t = i^2 F_m R + V_E \Delta P - Q_{пот}, \tag{13}$$

где

$$Z_1(\tau) = 0{,}5 M C_1 \rho_1 \frac{V_{E_0} - V_{пер}\tau}{G_{пен} C_{пен}};$$

$$Z_2(\tau) = 0{,}5M\left[1 + \frac{(G_1 - G_{пен} - \rho V_{пен}) C_1}{G_{пен} C_{пен}}\right] + \\ + \frac{(G_{пен} C_{пен} + 0{,}5 G_{пер} C_{пер})(V_{E_0} - V_{пен}\tau)}{G_{пен} C_{пен}} C_1 \rho_1$$

$$Z_2 = \frac{0{,}5 G_{пер} C_{пер} C_1}{G_{пен} C_{пен}} (G_1 + G_{пен}(C_1 - 0{,}5 C_{пен})).$$

Из уравнений (11) и (12) при некоторых допущениях получаем уравнения для расчета температуры исходного раствора в емкости t_1 и температуры ретентата $t_{\text{пер}}$.

$$\frac{dt_1}{d\tau} = \frac{V_1 - V_{\text{пер}}}{V_{E_0} - V_{\text{пер}}\tau}\left(t_{\text{пер}} - t_1\right) \quad (14)$$

$$\frac{dt_{\text{пен}}}{d\tau} = \frac{2\left[iF_m\left(\frac{X}{\chi_{\text{р}}} + \frac{\delta_m}{\chi_m} + \frac{\delta_{\text{пэ}\chi}}{\chi_{\text{пэ}}} + \frac{\delta_{\text{пп}}}{\chi_{\text{пп}}}\right) + V_E \Delta P - Q_{\text{пот}}\right]}{C\rho\left(XF_m n + \frac{C_{\text{ап}}}{C\rho} m_{\text{ап}}\right)} + \quad (15)$$

$$+ \frac{2V_1 - V_{\text{пер}}}{XF_m n + \frac{C_{\text{ап}}}{C\rho} m_{\text{ап}}}\left(t_1 - t_{\text{пен}}\right).$$

ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель теплопереноса, учитывающая влияние тепловыделений на массоперенос.
2. Математическая модель теплопереноса позволяет рассчитывать температуру раствора в емкости раствора и по тракту ретентата электробаромембранного аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хванг С.-Т., Каммермейер К.* Мембранные процессы разделения / пер. с англ.; под ред. Ю.И. Дытнерского. М.: Химия, 1981. 464 с.
2. Технологические процессы с применением мембран / под ред. Р.Е. Лейси и С. Леба; пер. с англ. Л.А. Мазитова и Т.М. Мнацаканян. М.: Мир, 1976. 372 с.

Поступила в редакцию 22 сентября 2008 г.

Lazarev S.I., Ryabinsky M.A., Vorozhejkin's J.A. Some features of heat transfer in electrobaromembrane processes. The article presents the mathematical model of heat transfer which allows counting solution temperature in capacity and in a retentate canal of electrobaromembrane device with flat filtering elements. The mathematical model of heat transfer allows making time temperature dependences on an initial solution and retentate.

Key words: heat transfer, adequacy of the transfer phenomenon.

LITERATURE

1. *Khvang S.-T., Kammermejer K.* Membrane processes of division / Translation from English; Edited by Y.I. Dytnersky. M.: Khimiya, 1981.464 p.